

التمرين الأول

يحتوي كيس على n كرة حمراء و $2n$ كرة خضراء. نسحب بالتتابع وبإحلال 4 كرات من الكيس .
 (1) أحسب احتمال الحدثين : " A سحب أربع كرات حمراء " و " B الحصول على الأقل على كرة حمراء "
 (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل إمكانية بمجموع النقاط المحصل عليها . عند سحب كرة حمراء نحصل على +1 وفي حالة سحب كرة خضراء نحصل على -1 . حدد قانون احتمال X أحسب الأمل الرياضي

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على ثلاث كرات سوداء و كرتين بيضاوين . نسحب بالتتابع ودون إحلال الكرات من الصندوق
 (1) أحسب احتمال الحدثين : " A الكرة الأولى و الثانية بيضاوين " و " B كل كرتين متتابعتين من لونين مختلفين "
 (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل إمكانية بعدد الكرات البيضاء المسحوبة قبل ظهور أول كرة بيضاء . ماهي قيم المتغير X ثم حدد قانون احتمال X

التمرين الثالث :

ليكن k عدد طبيعي أكبر أو يساوي 1
 يحتوي كيس على $5k$ كرة بيضاء و $3k$ كرة حمراء . نسحب من الكيس 3 كرات في آن واحد و نعتبر الحدث E_k " عدد الكرات الحمراء المسحوبة أكبر قطعاً من عدد الكرات البيضاء المسحوبة " ونضع $p_k = P(E_k)$
 (1) أحسب p_1 و p_k ثم حدد $\lim_{k \rightarrow +\infty} p_k$
 (2) نسحب بالتتابع وبإحلال 3 كرات من الكيس ونضع $q_k = P(E_k)$ أحسب q_1 ثم q_k ماذا تلاحظ ؟

التمرين الرابع :

ليكن n عدداً طبيعياً أكبر أو يساوي 20 . يحتوي كيس على 10 كرات بيضاء و $n-10$ كرة سوداء
 نسحب كرة من الكيس و نسجل لونها ثم نعيدها للكيس . نكرر هذه التجربة n مرة .
 نسمي p_k احتمال الحصول على k كرة بيضاء ($0 \leq k \leq n$)

(1) أحسب p_k بدلالة n و k

(2) نضع $U_k = \frac{p_{k+1}}{p_k}$ حيث $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$

$$U_k = \frac{n-k}{k+1} \times \frac{10}{n-10}$$

بد بين أن : $0 \leq k \leq 9 \Leftrightarrow U_k \geq 1$ و $10 \leq k \leq n-1 \Leftrightarrow U_k \leq 1$

جـ. استنتج أكبر قيمة M للعدد p_k عندما تتغير k في $\{0, 1, \dots, n\}$ و بين أن $M = \frac{n!}{n^n} \times \frac{10^{10}}{10!} \times \frac{(n-10)^{n-10}}{(n-10)!}$

التمرين الخامس :

يحتوي صندوق على أربع كرات . كرة بيضاء و ثلاث كرات حمراء غير قابلة للتمييز باللمس .
 نسحب كرة من الصندوق و نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق . نجري التجربة لمرات متتابعة إلى أن نحصل لأول مرة على كرتين متتابعتين من نفس اللون و نتوقف . ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي رتبة السحبة التي توقفت فيها التجربة

(1) أحسب احتمال كل من الحدثين $[X = 2]$ و $[X = 3]$

(2) ليكن k عدد صحيح طبيعي غير منعدم

بين أن احتمال الحدث $[X = 2k]$ هو $p_{2k} = \frac{5}{8} \left(\frac{3}{16}\right)^{k-1}$ و احتمال الحدث $[X = 2k + 1]$ هو $p_{2k+1} = \left(\frac{3}{16}\right)^k$